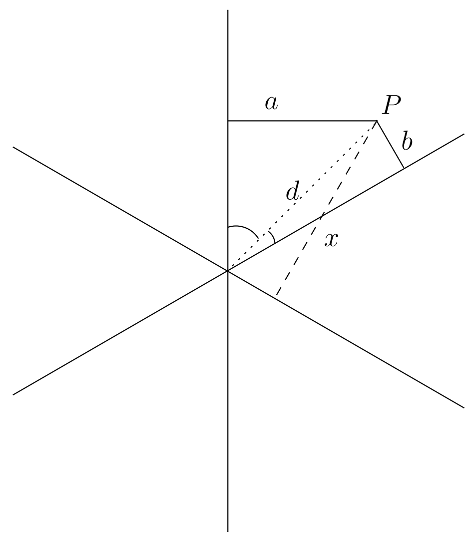
Disfida Matematica 2007

Soluzione del problema 20

20. **Per soli abbonati** Chiamiamo a e b le distanze dell'oggetto P dalle due sbarre, x la distanza (incognita) dalla terza sbarra e d la distanza dal centro del tornello (vedi figura).



Sia α l'angolo al centro sotteso da a e β quello sotteso da b, per cui $\alpha + \beta = 60°$. Dalle proprietà dei triangoli rettangoli si ha

$$a = d \sin \alpha = d \sin(\beta - 60°)\,, \quad b = d \sin \beta\,, \quad x = d \sin(\beta + 60°)\,.$$

Inoltre, per la formula di addizione del seno,

$$x = d \sin(\beta + 60°) = \frac{1}{2} d \sin \beta + \frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \beta = \frac{1}{2} b + \frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \beta\,.$$

Non resta che trovare $d \cos \beta$; usando ancora la formula di addizione (o meglio, di sottrazione) del seno,

$$a = d \sin(\beta - 60°) = \frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \beta - \frac{1}{2} d \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \beta - \frac{1}{2} b\,,$$

da cui

$$\frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \beta = a + \frac{1}{2} b\,.$$

Sostituendo nella formula per x si ottiene

$$x = \frac{1}{2} b + \frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \beta = \frac{1}{2} b + a + \frac{1}{2} b = a + b\,.$$

Essendo in questo caso $a = 36$ e $b = 42$, si ha la risposta $\boxed{0078}$.