

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo degli zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale x è il più grande intero minore od uguale ad x .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:
 $\sqrt{2} = 1,4142$ $\sqrt{3} = 1,7321$ $\sqrt{7} = 2,6458$ $\pi = 3,1416$.

7 Marzo 2008

Gara a Squadre – Testi dei problemi

1. Il pranzo dei cavalieri dell'Apocalisse (punti 20)

I quattro cavalieri dell'Apocalisse, Carestia, Guerra, Morte e Inquinamento (Peste diede le dimissioni nel 1936 dopo l'invenzione della penicillina), stanno per mangiare insieme quando Morte si accorge di non avere soldi. Gli altri decidono di dargli ciascuno la stessa somma di denaro. Carestia dà così a Morte un quinto del denaro che ha in tasca, Guerra gli dà un quarto del denaro che ha in tasca, e Inquinamento gli dà un terzo di quanto ha lui. Dopo aver pagato ciascuno il proprio pasto, si accorgono di essere stati fortunati perché sono rimasti tutti senza soldi: quello che ha pagato meno tra i quattro ha pagato €6.80.

Quanto è costato, in centesimi di euro, il pasto più caro?

2. I due cori (punti 20)

Il 30% dei membri del coro dei tibetani appartiene anche al coro degli atlantidi, l'80% dei membri del coro degli atlantidi appartiene anche al coro dei tibetani. Coloro che sono membri di almeno uno dei due cori sono 7869.

Quanti sono i membri del coro degli atlantidi?

3. I numeri dell'Apocalisse (punti 20)

Il Metatron aveva annunciato i due numeri dell'Apocalisse; Aziraphale, l'angelo della cacciata, li aveva scritti su un foglio, ma Crowley, il diavolo della mela, li aveva fatti subito scomparire. Quando i due si rendono conto che conviene conoscerli per evitare che l'Apocalisse avvenga, Aziraphale capisce che può recuperarli perché il Metatron, in uno dei suoi soliti eccessi logorroici, gli aveva spiegato che erano due numeri di quattro cifre, scritti ciascuno usando una volta le cifre 2, 4, 5 e 7 e che uno era multiplo dell'altro.

Qual è il più grande dei due?

4. Le pietre degli Inferi (punti 25)

Ligur, il capo della cava sotterranea, deve far trasportare 100 t di pietre, ciascuna di peso inferiore ad 1 t, dalla cava ad un deposito. Ha a disposizione un solo camion con portata massima di 1 t. Il camion viaggia sempre non ulteriormente caricabile, nel senso che, per ogni viaggio, non è possibile aggiungere alcuna pietra senza superare la portata massima.

Qual è il massimo numero possibile di viaggi, dalla cava al deposito, che il camion dovrà fare per trasportare tutte le pietre?

5. Cocktail letale (punti 25)

La ricetta del cocktail che Crowley sta per bere prevede l'uso di 2 parti di superalcolico a 45 gradi, 1 parte di liquore a 40 gradi, e 1 parte di succo a 0 gradi.

Qual è la gradazione alcolica del cocktail? Si dia la soluzione scrivendo la gradazione alcolica moltiplicata per 10.

[N.B. Si ricorda che la gradazione alcolica è il rapporto, moltiplicato per 100, tra il volume di alcol puro e il volume totale del liquido.]

6. Allo zoo di Tadfield, I

(punti 25)

Nello zoo di Tadfield, la ridente cittadina dove inizierà l'Apocalisse, ci sono cinque scimmie di nome Alberto, Berto, Certo, Derto ed Erto. Sylvier, il curatore dello zoo, ha insegnato alle scimmie a indossare magliette. Alle scimmie piace molto mostrare la loro nuova abilità, ma nessuna indosserebbe mai una maglietta di un colore che detesta: Alberto detesta il rosso e il blu, Berto il verde; Certo detesta il rosso e il verde, Derto il rosso ed Erto odia il blu e il verde. Sylvier non conosce le loro avversioni ai colori: ha comprato magliette gialle, blu, verdi e rosse e le ha lasciate nella loro camera da gioco sperando che ciascuna di loro esca con una maglietta indosso, come effettivamente accade. Le scimmie si sono appollaiate su un ramo in ordine di nome: due indossano una maglietta rossa, e la scimmia in maglietta blu è accanto ad una in maglietta verde.

Determinare che colori indossano Berto, Certo, Derto ed Erto, scrivendo in ordine i codici dei colori indossati, usando il codice seguente: 1=giallo, 2=blu, 3=verde, 4=rosso.

7. Il quadrilatero divino

(punti 30)

A Tadfield, il *Divine Quad* è una piazza a forma di trapezio rettangolo con i lati paralleli di lunghezza 66 m e 84 m e il lato perpendicolare a questi di lunghezza 135 m. Sul pavimento della piazza sono tracciate le diagonali del trapezio. I quattro segmenti dal punto di incontro delle diagonali verso ciascuno degli angoli della piazza sono chiamati *percorsi dell'estasi*.

Qual è la lunghezza in centimetri del percorso dell'estasi più lungo?

8. Davanti al laboratorio *Ell*, I

(punti 30)

Davanti al laboratorio di artisti del legno *Ell*, si erge una struttura formata da una lettera **L**, ottenuta con un taglio e un'incollatura: preso un cilindro di legno alto 6 m con diametro di base di 2 m, lo si taglia in due parti uguali segandolo con un singolo taglio, inclinato di 45° rispetto all'asse del cilindro; poi si uniscono le due sezioni facendole coincidere perfettamente a formare la **L**. La **L** davanti al laboratorio è dipinta completamente di vernice fosforescente. Qual è l'area coperta dalla vernice in dm^2 , comprese le basi?

9. La stella di Adam

(punti 35)

Adam disegna una stella a cinque punte, unendo cinque punti con cinque segmenti. Quattro angoli nelle punte gli vengono della stessa ampiezza; l'ampiezza dell'angolo in punta diverso dagli altri è 12° .

Qual è l'ampiezza in gradi di uno dei quattro angoli in punta uguali?

10. Il foglio di Pepper

(punti 35)

Pepper prende un foglio, lo piega in due sul lato lungo e lo taglia lungo la piega. Prende una delle due parti, la piega in due sul lato lungo e la taglia lungo la piega. Ripete la stessa operazione altre tre volte (cinque tagli in tutto), ed ottiene un foglietto di dimensioni $62 \text{ mm} \times 88 \text{ mm}$.

Quanto poteva misurare al massimo il lato lungo del foglio da cui aveva iniziato? Quanto poteva misurare al minimo? Dare come risposta la differenza tra le due misure in millimetri.

11. L'iniziale di Wensleydale (punti 40)

Wensleydale ha preso un foglio $12\text{ cm} \times 8\text{ cm}$, l'ha piegato a metà sul lato lungo. Ha marcato tre punti sul foglio piegato: il punto X a metà sulla piega, e i due punti A e B a 2 cm dalla piega su ciascuno dei lati piegati. Ha poi fatto due tagli: uno lungo il segmento XA , l'altro da B , parallelamente al primo taglio, in modo di arrivare fino al vertice. Dispiegando il foglio, si è accorto di aver ottenuto una V . Ne ha fatta un'altra uguale e le ha sovrapposte su un triangolo isoscele in cui il lato diverso dagli altri due è di 4 cm per ottenere una W .

Qual è l'area della W in cm^2 ?

12. Il passatempo di Brian (punti 40)

Brian sta cercando qualche numero intero n tale che la somma $2^{2008} + 2^{3599} + 2^n$ risulti un quadrato perfetto.

Qual è il più grande numero intero n che Brian può trovare?

13. I loro compleanni (punti 40)

Qual è la probabilità che i compleanni di Adam, Pepper, Wensleydale e Brian cadano in 4 giorni diversi della settimana? Si dia come risposta la somma di numeratore e denominatore della frazione ottenuta dopo aver semplificato tutti i fattori comuni.

14. Lo scrigno della strega (punti 45)

Newton Pulsifer cerca di determinare una combinazione di quattro cifre per aprire la serratura di uno scrigno. Avendo torturato la strega, proprietaria dello scrigno, Newton ha scoperto che la combinazione è un quadrato perfetto con penultima cifra 5.

Qual è il più grande numero di quattro cifre che può essere la combinazione cercata da Newton?

15. La ricerca di Aziraphale (punti 45)

Il Metatron ha spiegato ad Aziraphale che deve cercare il neonato predestinato in quelle stanze dell'ospedale i cui numeri di 4 cifre hanno la proprietà che, sostituendo in qualsiasi modo al massimo 3 cifre, non si ottiene mai un multiplo positivo di 1792.

Scrivere la differenza tra il più piccolo e il più grande dei numeri delle stanze in cui Aziraphale deve cercare il predestinato.

16. Il giardino di Tadfield (punti 50)

Il giardino pubblico di Tadfield è limitato da due vialetti che si allontanano dall'ingresso formando tra loro un angolo di 60° . All'interno del giardino ci sono 3 stagni circolari, uno dei quali è tangente agli altri due; ciascun vialetto passa tangenzialmente ad ogni stagno. Il primo stagno occupa un'area di 85 m^2 .

Qual è l'area occupata dai tre stagni in m^2 ?

17. Allo zoo di Tadfield, II (punti 50)

Sylvier aveva effettivamente comprato 1 maglietta gialla, 2 blu, 2 verdi e 3 rosse, lasciandole nella camera delle cinque scimmie.

In quanti modi le scimmie Alberto, Berto, Certo, Derto ed Erto potevano aver indossato le magliette, tenendo conto delle loro avversioni ai colori?

18. Davanti al laboratorio *Ell*, II (punti 50)

Una formica è al centro del cerchio in cima della **L** davanti al laboratorio *Ell*. Un'altra è al centro dell'altro cerchio sulla **L**.

Quanto è lungo in millimetri il percorso più breve che permette ad una formica di raggiungere l'altra?

19. Il passatempo di Warlock (punti 60)

Per passare il tempo, Warlock calcola la quattordicesima potenza di un numero intero positivo e ottiene 114197726928752863294965276721.

Qual è il numero intero positivo che Warlock ha elevato alla quattordicesima potenza?

20. I megaliti dell'Apocalisse (punti 60)

Nella grande pianura a sud di Tadfield, sono tracciate in gesso due linee bianche parallele, alla distanza di 240 cm, a formare una striscia di terreno lunga 20 km. All'interno della striscia sono posati megaliti (grandi pietre) tutti uguali—si racconta che siano stati lasciati dai cavalieri dell'Apocalisse come preavviso. Tutti i megaliti hanno la stessa forma di prisma retto, ciascuno alto 3 m. Ogni base è a forma di trapezio rettangolo: i lati paralleli sono di 58 cm e 128 cm, il lato perpendicolare a questi è di 240 cm. I megaliti sono posati in modo che le basi maggiori del trapezio siano tutte allineate su una delle due linee bianche e i lati obliqui del trapezio siano paralleli tra loro. Un megalito è caduto, ruotando sul lato obliquo della base ed ora, a terra, sfiora appena il megalito vicino. In effetti, c'è sempre sufficiente distanza tra due megaliti in modo che, se un megalito cade ruotando sul lato obliquo, non tocchi il megalito vicino.

Qual è il massimo numero possibile di megaliti posati sulla striscia nella grande pianura?

21. Il poker ineffabile (punti 70)

10 entità soprannaturali, stufe di giocare a dadi con l'universo, decidono di giocare a poker. Sedute intorno ad un tavolo rotondo, si accordano che, a metà serata, tutte si alzeranno per risedersi seguendo rigorosamente questa regola: ogni entità si potrà risedere al posto che occupava precedentemente oppure in uno dei due posti adiacenti.

Quante sono le possibili configurazioni del tavolo di gioco, diverse da quella iniziale, dopo che tutte le entità si saranno alzate e risedute?

[N.B. Due configurazioni che differiscono soltanto per una rotazione sono da considerarsi la stessa ai fini del conteggio.]

22. Il biliardo triangolare (punti 70)

Crowley e Aziraphale giocano a biliardo su un biliardo triangolare con le tre sponde della stessa lunghezza di 2 m e una buca in ciascun angolo. Giocano con una palla e le regole seguenti: si posiziona la palla davanti ad una buca e la si colpisce in modo da farla rimbalzare quante volte si vuole, ma almeno due volte contro una delle sponde, e farla terminare nella buca davanti a cui si era piazzata la palla.

Qual è la lunghezza in centimetri del minimo percorso con cui si può mandare la palla correttamente in buca?

[N.B. Si considerino palla e buche puntiformi, la palla sullo stesso punto della buca e i giocatori tanto potenti quanto può servire.]

23. Allo zoo di Tadfield, III**(punti 80)**

In quanti modi le scimmie Alberto, Berto, Certo, Derto ed Erto avrebbero potuto indossare le magliette che Sylvier aveva comprato, se non avessero avuto avversione ad alcun colore?

24. La profezia di Agnes Nutter**(punti 80)**

La profezia di Agnes Nutter permetteva di determinare con precisione quale sarebbe stato l'anno N d.C. degli accadimenti dell'Apocalisse. Nella profezia, Agnes dichiarava che l'Apocalisse sarebbe avvenuta prima del 10000 d.C. e che i seguenti indizi erano sicuramente falsi o veri:

1. Le frasi pari sono sempre vere.
2. Le prossime due frasi sono entrambe false.
3. Se a N tolgo il numero di frasi vere, si ottiene una potenza di 2.
4. Se a N tolgo il numero della prima frase falsa, si ottiene un multiplo di 3.
5. Le due frasi precedenti a questa sono entrambe vere.
6. Tra le prime 6 frasi ce ne sono almeno 5 false.
7. Il numero di divisori di N è dato dal numero di frasi false.
8. Sottraendo a N il numero della prima frase falsa dopo questa, si ottiene una potenza di 3.
9. Tra le ultime 7 frasi ci sono più frasi false che vere.
10. Le frasi vere sono più di quelle false.
11. Ci sono 5 frasi false consecutive.
12. Se a N aggiungo il numero dell'ultima frase vera, si ottiene un multiplo di 7.
13. Le ultime 3 frasi sono tutte vere o tutte false.

Qual era l'anno indicato dalla profezia di Agnes Nutter?

*Per saperne di più, si possono consultare
Le Buone e Accurate Profezie di Agnes Nutter,
come trascritte da Terry Pratchett e Neil Gaiman,
a cui appartengono i diritti sui personaggi e luoghi menzionati
e a cui vanno \aleph_1 ringraziamenti per l'eccellente trascrizione.*