Soluzioni per la Coppa Galileo 2012

Soluzione del problema 1. Siano A(lba), B(ianca) e C(hiara) i vertici del triangolo. Sia D il punto dove si trova inizialmente Biancaneve; siano E,F e G i tre punti dove di ferma successivamente. L'area del triangolo ABD è la metà dell'area del triangolo ABC (perché hanno la stessa base e il secondo ha altezza metà dell'altezza del primo). Analogamente l'area di ABE è la metà dell'area di ABD, l'area di AEF è la metà dell'area di ABE e infine l'area di EFG è la metà dell'area di AEF. Quindi il rapporto tra le aree è 16.
La risposta è `0016`.

Soluzione del problema 2. Si ha che $f(i) = \dfrac{2(100-i)}{i}$ e $f(100-i) = \dfrac{2i}{100-i}$, quindi $f(i) \cdot f(100-i) = 2^2$, pertanto il prodotto cercato è 2^{99}. Per calcolarne le ultime due cifre si osserva che le ultime due cifre di 2^i sono le ultime due cifre di 2^{i-1} moltiplicate per 2. In questo modo si vede che le ultime due cifre di 2^{22} sono di nuovo 04 (come le ultime due cifre di 2^2), quindi le ultime due cifre di 2^i sono le ultime due cifre di 2^{i+20}. Perciò le ultime due cifre di 2^{99} sono 88.
La risposta è `0088`.

Soluzione del problema 3. Siano M e V la massa e il volume della palla, m_e e v_e la massa e il volume, rispettivamente, dell'*e*lemento. Si ha che $V = v_o + v_a$ e $M = m_o + m_a = d_o v_o + d_a v_a$. Perciò $d_o v_o = M - d_a v_a = M - d_a(V - v_o)$, da cui $(d_o - d_a)v_o = M - d_a V$ e $(d_a - d_o)v_a = M - d_o V$. Perciò

$$\frac{v_0}{v_a} = \frac{M - d_a V}{d_o V - M} = \frac{300 - 200}{380 - 300} = 1.25.$$

Le osservazioni della Regina sono irrilevanti. Inoltre, la sua seconda argomentazione non aggiunge informazioni per la soluzione.
La risposta è `1250`.

Soluzione del problema 4. Si disegna la tabella dell'operazione (che è la moltiplicazione mod9):

op	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Si nota che è sufficiente contare quante volte la cifra richiesta appare nei risultati della tabella per sapere quante sono le coppie ordinate che producono tale cifra. Ci sono 6 casi per la cifra 1, 12 per la cifra 3, 6 per la cifra 5, 6 per la cifra 7. Quindi ci sono $6 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 6$ coppie ordinate di numeri che hanno come risultato 1357. Le coppie non ordinate sono la metà, ovvero $6^4 = 1296$.
La risposta è `1296`.

Soluzione del problema 5. Sia $30 = 2n$. Sia r il raggio di ciascuna circonferenza e il lato del poligono. Il perimetro è costituito da n archi di circonferenza uguali, relativi ad un angolo α tale che $\beta = 2\pi - \alpha$ è la misura dell'angolo interno del poligono. Così $\beta = \frac{(2n-2)\pi}{2n}$ e $\alpha = 2\pi - \frac{(2n-2)\pi}{2n}$. Quindi un singolo arco misura

$$2\pi r \left(\frac{2\pi - \frac{(2n-2)\pi}{2n}}{2\pi} \right) = r \left(2\pi - \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$$

e l'intero perimetro vale

$$nr \left(2\pi - \frac{(n-1)\pi}{n} \right) = 2n\pi r - (n-1)\pi r = \frac{n+1}{2} 2\pi r = 8 \cdot 20\,\mathrm{cm} = 160\,\mathrm{cm}$$

La risposta è `0160`.

Soluzione del problema 6. Il moltiplicatore di un sgarzulino che produce uno sgarzulino deve essere della forma $10\ldots010\ldots0\ldots10\ldots01$ dove il numero di cifre $0\ldots01$ coincide con il divisore sgarzulino. Perciò i divisori sgarzulini di uno sgarzulino sono tutti e soli i numeri il cui numero di cifre divide quello del dividendo. Il problema si riduce (sostanzialmente) a cercare il minimo numero naturale che ha 11 divisori.
La risposta è `1024`.

Soluzione del problema 7. Dato che le lettere usate sono dieci, tutte le cifre compaiono nell'operazione e a lettere uguali corrispondono cifre uguali (la condizione non è esplicitata nel testo proprio per questo). Si deduce poi che $\mathsf{F} = 1$, $\mathsf{P} = 9$, $\mathsf{r} = 0$ per gli ordini di grandezza degli addendi e della somma. Inoltre valgono le seguenti limitazioni: $\mathsf{a} = 6, 7, 8$, i è pari, $\mathsf{t} = \mathsf{c} + 1$, $\mathsf{e} = \mathsf{u} + 1$. Per $\mathsf{a} = 6$ si ha $\mathsf{i} = 2$. Restano le cifre $3, 4, 5, 7$ e 8, in cui piazzare due coppie di numeri consecutivi. Una necessariamente è $(7, 8)$ corrispondente a (c, t): se fosse $\mathsf{e} = 8$ si avrebbe $\mathsf{e} + \mathsf{s} > 9$, causando un riporto di 1 che comporterebbe $\mathsf{e} = \mathsf{u}$. Poi $\mathsf{e}+\mathsf{s} = 8$, quindi e e s valgono uno 3 e l'altro 5, sapendo che $\mathsf{e} = \mathsf{u}+1$, si ha $\mathsf{e} = 5$, $\mathsf{u} = 4$, $\mathsf{s} = 3$. Quindi $\mathsf{case} = 7635$.
La risposta è `7635`.

Soluzione del problema 8. L'unica tabella possibile è

600	20	100	200	920
700	1	2	300	1003
900	400	3	10	1313
30	40	4	800	874
2230	461	109	1310	

Per costruirla, si vede che l'unico modo per ottenere 109 sulla terza colonna con 4 dei numeri dati è $100+2+3+4$. Poiché la somma della quarta riga termina con 4, nel posto $(4,3)$ deve essere inserito il 4. Guardando l'ultima cifra delle somme della seconda e terza riga, si vede che nei posti $(2,3)$ e $(3,3)$ bisogna inserire i numeri 2 e 3 o 3 e 2. Se 3 è nel posto $(2,3)$ e 2 nel posto $(3,3)$, allora 1 è nel posto $(3,2)$ e non c'è modo di ottenere 1310 dalla somma di due numeri inseriti nelle caselle $(3,1)$ e $(3,4)$. Pertanto la tabella deve essere

-	-	100	-	920
-	1	2	-	1003
-	-	3	-	1313
-	-	4	-	874
2230	461	109	1310	

Ora si vede che nella casella $(3,4)$ c'è 10. Poiché la somma delle caselle $(3,1)$ e $(3,2)$ è 1300, si vede, sapendo che la seconda colonna dà somma 461, che nel posto $(3,2)$ c'è 400. Allora $(1,2)=20$, $(4,2)=40$ e $(3,1)=900$. A questo punto la tabella si completa facilmente. Il numero richiesto è $600+1+3+800=1404$.
La risposta è 1404.

Soluzione del problema 9. Dall'ultima equazione $x=0$ oppure $y=0$ oppure $z=0$ oppure $t=0$—ma ciascuna condizione esclude le altre. Per $x=0$, si trova che

$$\begin{cases} z^2t^2 &= 1 \\ y^2t^2 &= 1 \end{cases}$$

Dunque $y^2=z^2$; quindi, dalla terza delle condizioni iniziali, si trova che $z^4=1$. Pertanto $z^2=1$, quindi $z=\pm1$. Poi $t^2=1/z^2=1$, quindi $t=\pm1$ e $y^2=1/t^2=1$, cioè $t=\pm1$. Allora tutte le soluzioni con $x=0$ sono $(0,\pm1,\pm1,\pm1)$: sono 8. Gli altri casi sono simmetrici, cioè le rimanenti soluzioni sono $(\pm1,0,\pm1,\pm1)$, $(\pm1,\pm1,0,\pm1)$ e $(\pm1,\pm1,\pm1,0)$.
La risposta è 0032.

Soluzione del problema 10. La probabilità che il cavaliere arrivi al termine di ciascuna strada è calcolata in tabella

	arriva	non arriva
prima strada	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$
seconda strada	$\frac{16}{25}$	$\frac{9}{25}$
terza strada	$\frac{16}{25}$	$\frac{9}{25}$

La probabilità di arrivare è

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{10}+\frac{2}{3}\cdot\frac{16}{25}=\frac{1}{3}\cdot\frac{35+64}{50}=\frac{33}{50}.$$

La risposta è 0033.

Soluzione del problema 11. Presi 4 vertici del poligono, esiste un solo modo per collegarli a due a due con un segmento in modo che tali congiungenti si intersechino. Quindi 4 vertici determinano univocamente un punto d'intersezione, in terno al triangolo, di due diagonali. Il numero di punti di intersezione è quindi lo stesso dei modi di scegliere 4 punti su 21, ovvero

$$\binom{21}{4} = 5985.$$

Si noti inoltre che, poiché il numero di lati del poligono è dispari, non può accadere che tre o più diagonali si intersechino nello stesso punto.
La risposta è `5985`.

Soluzione del problema 12. Il numero i^2 deve essere divisibile per 2, mentre j^2 deve essere divisibile per 3, quindi sicuramente: $i = 2i_1$, $j = 3j_1$. Pertanto si ottiene

$$\begin{aligned} 12i_1^2 + 18j_1^2 &= 77 \cdot 6^{2012} \\ 2i_1^2 + 3j_1^2 &= 77 \cdot 6^{2011} \end{aligned}$$

Ripetendo questo procedimento, dopo 2011 passaggi analoghi, si deve allora risolvere l'equazione

$$2i_{2012}^2 + 3j_{2012}^2 = 77.$$

Qui le scelte sono limitate: j_{2012}^2 può valere solo $0, 1, 4, 9, 16, 25$. Le effettive soluzioni sono $(i_{2012}, j_{2012}) = (\pm 3, \pm 5)$ o $(i_{2012}, j_{2012}) = (\pm 5, \pm 1)$, in totale 8.
La risposta è `0008`.

Soluzione del problema 13. Sono $6 + 4 + 3 + 10 + 6 = 29$.
La risposta è `0029`.

Soluzione del problema 14. Il numero di mattoncini messi al turno n è $a_n = n(n+1)$. Il totale dei mattoncini ordinati fino al turno n è

$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

La fattorizzazione di 2012 è

$$2 \cdot 2 \cdot 503,$$

ma $\frac{501 \cdot 502 \cdot 503}{3}$ ha un solo fattore 2. Si fermano perciò al turno successivo visto che (per $n = 502$) il totale

$$\frac{502 \cdot 503 \cdot 504}{3}$$

contiene sicuramente due fattori 2.
La risposta è `0502`.

Soluzione del problema 15. Fare la somma di tutti i prodotti possibili a dieci fattori presi tra -1, 0, 1 e 2 produce

$$(-1+0+1+2) \cdot (-1+0+1+2) \ldots \cdot (-1+0+1+2) = (-1+0+1+2)^{10}.$$

La risposta è `1024`.

Soluzione del problema 16. Se alcuni pali sono allineati e un osservatore è posto sulla stessa retta congiungente i pali, allora egli ne vede 2 o 1 a seconda che sia in mezzo ai pali, o oltre uno dei due estremi del segmento che li unisce. La configurazione con il massimo numero di pali è dunque quella in cui quanti più possibili pali sono su una diagonale d del quadrato e il numero massimo è

$$\left[\frac{200 \cdot \sqrt{2}}{2}\right] + 1 = 142$$

e due ulteriori pali sono piantati da una stessa parte della diagonale. I pali sulla diagonale possono essere disposti in modo che non vadano ad occupare i vertici del quadrato. Se A è nel primo estemo di d, B è nel secondo estremo e C è nel punto di intersezione di d con la retta congiungente i 2 rimanenti pali, sia A, sia B, sia C vedono 3 pali. Il numero totale dei pali nel campo è al massimo 144.
La risposta è `0144`.

Soluzione del problema 17. Si consideri l'ultimo lancio, la vincita attesa è di

$$1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{7}{2} = 3.5$$

Quindi, se si arriva al quinto lancio, la scelta corretta è accettare 4, 5 e 6 in quanto superiori alla media del sesto lancio, e rifiutare 1, 2, 3.
La vincita attesa al quinto lancio è

$$4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + \frac{7}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{17}{4} = 4.25$$

Al quarto lancio si accettano 5, 6 rifiutando gli altri, la vincita attesa è:

$$5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + \frac{17}{4} \times \frac{4}{6} = \frac{14}{3} \approx 4.67$$

così al terzo lancio

$$5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + \frac{14}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{89}{18} \approx 4.94$$

al secondo lancio

$$5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} + \frac{89}{18} \times \frac{4}{6} = \frac{277}{54} \approx 5.12$$

Al primo lancio si accetta solo 6, quindi:

$$6 \times \frac{1}{6} + \frac{277}{54} \times \frac{5}{6} = \frac{1709}{324}$$

1709 è primo ed è la soluzione.
La risposta è `1709`.

Soluzione del problema 18. Sia r il raggio della k-esima circonferenza e sia r' il raggio della $(k+1)$-esima circonferenza. Si trova che

$$r + r' + \sqrt{2}r' = \sqrt{2}r,$$

cioè $r' = \left(3 - 2\sqrt{2}\right) r$. Perciò il raggio della k-esima circonferenza in millimetri misura $10\left(3 - 2\sqrt{2}\right)^{k-1} \approx 0.1716^{k-1} \times 10$. Per trovare qual è il primo numero nella succesione che è inferiore a un millesimo di millimetro, si calcola che $0.17^5 \times 10^4 \approx 1.4$ e $0.18^6 \times 10^4 \approx 0.34$. Dato che $0.17 < 3 - 2\sqrt{2} < 0.18$, le circonferenze sono 7.
La risposta è `0007`.

Soluzione del problema 19. Si tratta di risolvere il sistema

$$\begin{cases} x = 19 \bmod 56 \\ x = 23 \bmod 132 \\ x = 13 \bmod 105 \\ x = 17 \bmod 162 \\ x = 38 \bmod 156 \end{cases}$$

in cui qualche equazione è errata.
Grazie al Teorema Cinese dei Resti, esistono soluzioni in un sistema

$$\begin{cases} x = a_1 \bmod n_1 \\ \vdots \\ x = a_\ell \bmod n_\ell \end{cases}$$

come quello sopra se e solo se

$$a_i = a_j \bmod (\gcd(n_i, n_j)) \quad i, j = 1, \ldots, \ell.$$

Si osservi che la terza e la quinta equazione non sono compatibili con nessuna delle altre, quindi risultano essere false grazie all'affermazione del barista. Inoltre, un sistema di sole 2 delle 3 rimanenti equazioni ha soluzioni multiple tra 0 e 10000.
Si consideri ora

$$\begin{cases} x = 19 \bmod 56 \\ x = 23 \bmod 132 \end{cases}$$

e lo si risolva: per trovare k, h numeri interi tali che $56k + 19 = 132h + 23$, si nota che quella condizione è equivalente a $14k - 33h = 1$ e che $-7 \cdot 14 - 3 \cdot 33 = -98 + 99 = 1$, cioè si possono prendere $k = -7$ e $h = -3$. Quindi sostituendo

$$x = -7 \cdot 56 + 19 = 1475$$

Si noti ora che x soddisfa anche la quarta equazione. Inoltre tutte le altre soluzioni sono congrue a 1475 $\bmod(\operatorname{lcm}(56, 132, 162))$ e $\operatorname{lcm}(56, 132, 162) = 49896$.
La soluzione è quindi 1475.
La risposta è `1475`.

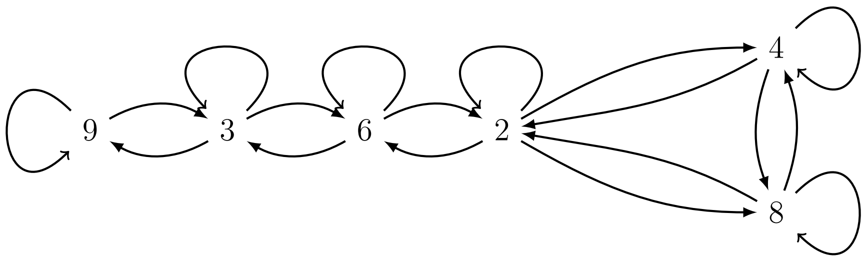
Soluzione del problema 20. Sia n il numero di lati che si incontrano nello stesso vertice in una divisione con a triangoli. Le facce di questa suddivisione

sono $a + 1$ (conviene contare anche la zona esterna del triangolo come una faccia: se si preferisce, si può immaginare il triangolo disegnato su una sfera). I lati sono $\dfrac{3(a+1)}{2}$ dato che ogni faccia ne ha 3, ma ogni lato compare in 2 facce (contando anche quella esterna). I vertici sono $\dfrac{3(a+1)}{n}$ dato che ogni faccia ne ha 3, ma ogni vertice è contato n volte.
La formula di Eulero assicura che

$$\frac{3(a+1)}{n} - \frac{3(a+1)}{2} + (a+1) = 2.$$

Dunque 2 divide $3(a+1)$ (come pure n), perciò a deve essere dispari. In più, $6(a+1) = n(a+5)$ cosicchè $a+5|24$. I casi possibili sono $a = 0, 1, 3, 7, 19$. Gli unici accettabili dalle richieste del problema sono gli ultimi due. Nel caso di 7 triangoli, in ognuno dei 6 vertici si incontrano 4 lati. Nel caso di 19 triangoli, in ognuno dei 12 vertici si incontrano 5 lati.
Il problema si può anche risolvere vedendo il triangolo su una sfera e deformando il solido ad un poliedro regolare—si esclude il caso degenere $a = 0$, irrilevante per il problema.
La risposta è `0026`.

Soluzione del problema 21. Il problema richiede di trovare il numero di percorsi con otto archi nel grafo



che partono e arrivano in 9. Per contarli, conviene spezzare il percorso a metà con due cammini, ciascuno da quattro archi: $9 \to n \to 9$. Perciò la soluzione sarà la somma $\sum_{n=2,3,4,6,8,9} p(9,n)^2$ dei quadrati dei numeri di percorsi $p(9,n)$ di quattro archi da 9 a n nel grafo sopra. Infine, per contare ciascun $p(9,n)$ conviene notare che il primo arco deve essere uno tra i due $9 \begin{array}{l} \nearrow 9 \\ \searrow 3 \end{array}$ mentre gli ultimi archi saranno

$$\begin{array}{l} 2 \searrow \\ 4 \to \\ 6 \to \\ 8 \nearrow \end{array} 2 \qquad \begin{array}{l} 3 \searrow \\ 6 \to \\ 9 \nearrow \end{array} 3 \qquad \begin{array}{l} 2 \searrow \\ 4 \to \\ 8 \nearrow \end{array} 4 \qquad \begin{array}{l} 2 \searrow \\ 3 \to \\ 6 \nearrow \end{array} 6 \qquad \begin{array}{l} 2 \searrow \\ 4 \to \\ 8 \nearrow \end{array} 8 \qquad \begin{array}{l} 9 \searrow \\ 3 \nearrow \end{array} 9$$

Basta ora contare in quanti cammini di due archi si possono collegare i primi archi con gli ultimi. Si trova la seguente tabella

nodo di partenza	3	9	3	9	3	9	3	9	3	9	3	9
numero di cammini	1	0	3	2	0	0	2	1	0	0	2	2
nodo di arrivo	2	2	3	3	4	4	6	6	8	8	9	9

Si trova così che

n	2	3	4	6	8	9
$p(9,n)$	4	12	1	9	1	9

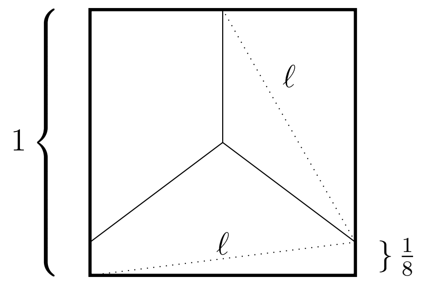
Perciò la somma richiesta è $4^2 + 12^2 + 1^2 + 9^2 + 1^2 + 9^2 = 324$.
La risposta è `0324`.

Soluzione del problema 22. Eseguito il primo taglio, la sfera risulta tagliata in due parti uguali; d'ora in avanti si consideri una sola delle 2 emisfere per calcolare in quante parti può venire, al massimo, tagliata. Infine, data la simmetria centrale dei tagli, si otterrà il risultato finale raddoppiando il numero di tali parti.
Appoggiata l'emisfera sul suo cerchio di base, dall'alto un taglio sull'emisfera appare come una curva (mezzo ellisse, per l'esattezza), contenuta nel cerchio e che unisce due punti diametralmente opposti. Si noti che due di queste curve hanno al massimo un punto di intersezione. E' chiaro che con un taglio appropriato si intersecano tutti gli altri tagli già eseguiti. Visti dall'alto, l'arco di ellisse relativo a tale taglio interseca tutti quelli già fatti in punti differenti. A esempio, si eseguono tutti i tagli lungo un piano fissato, non perpendicolare al piano di base della emisfera; dopo il primo taglio, si ruota la emisfera di $\frac{\pi}{2}$ e si esegue il seondo taglio, poi di $\frac{\pi}{4}$ e via di questo passo. Per contare le parti in cui dividiamo l'emisfera, all'i-esimo taglio appropriato, si generano altre i parti (una più una per ogni taglio che si incontra, che sono $i-1$); ad ogni taglio aggiungeremo una parte in più rispetto a quelle aggiunte al taglio precedente. Dopo m tagli avremo quindi diviso l'emisfera in

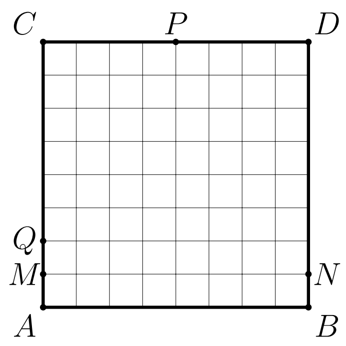
$$1 + \frac{m(m+1)}{2}.$$

Tornando alla sfera (e ricordando che il k-esimo taglio sull'emisfera, corrisponde al $(k+1)$-esimo taglio sulla sfera), il numero di parti in cui viene divisa la sfera, dopo n tagli (con $n > 0$) è dato dalla formula $2\left(1 + \frac{(n-1)n}{2}\right) = n^2 - n + 2$.
La risposta è `0044`.

Soluzione del problema 23. Il valore cercato è $\ell = \sqrt{1 + \frac{1}{8}} = \frac{\sqrt{65}}{8} \approx 1,00778221\,\text{km}$. La divisione in cui ℓ non è migliorabile è la seguente

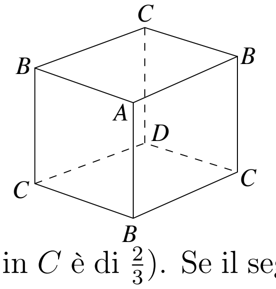


Si vede poi che in qualunque suddivisione ℓ è ottenibile considerando che in una zona ci sono due vertici, diciamo A e B sulla base inferiore. Si considerino tre punti: M a $\frac{1}{8}$ da A su AC, N a $\frac{1}{8}$ da B su BD e il punto medio P di CD.



Se uno dei tre punti è nella stessa zona di A e B, si conclude. Altrimenti due di quei punti sono nella stessa zona.
Se uno di questi è P si conclude facilmente; se invece questi sono M e N, si considerano due ulteriori punti D e Q a $\frac{1}{4}$ da A. In una delle tre zone stanno A e B, in un'altra M e N, nell'altra ancora P. Se Q sta in quella con M, si considera QN che è lungo ℓ. Se D sta in quella con M, si considera QM che è più lungo di ℓ. Altrimenti, Q e D stanno nella zona con P e sono distanti più di ℓ.
La risposta è 7782.

Soluzione del problema 24. Si indichino con B i 3 vertici del cubo che sono estremi di lati che hanno il secondo estremo in A, con D il vertice del cubo opposto ad A e con C i 3 vertici rimanenti. Sia A_i (risp. B_i, C_i) la probabilità di avere il segnaposto in A (risp. in B, in C) dopo i lanci del dado. Se, dopo un certo lancio, il segnaposto è in B, la probabilità che al lancio successivo finisca in A è di $\frac{1}{3}$ (e la probabilità che finisca



in C è di $\frac{2}{3}$). Se il segnaposto non è in B, la probabilità che al lancio successivo finisca in A è chiaramente 0. Pertanto: $A_n = \dfrac{B_{n-1}}{3}$. Per calcolare B_n, si osservi che, con un lancio, si arriva in B da C con probabilità $\frac{2}{3}$ e da A, con probabilità

1. Pertanto $B_n = \frac{2C_{n-1}}{3} + A_{n-1}$. Infine si osservi che, al lancio n, il segnaposto può essere su uno dei due vertici A o C (se n è pari), oppure su uno dei 2 vertici B o D (se n è dispari). Pertanto, se n è pari, $A_n + C_n = 1$. Mettendo assieme queste osservazioni, si trova che, se $n = 2m$ è pari,

$$A_{2m} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}C_{2m-2} + A_{2m-2}\right) \qquad \text{e} \qquad C_{2m-2} = 1 - A_{2m-2}$$

da cui

$$A_{2m} = \frac{A_{2m-2} + 2}{9}.$$

Dato che $A_0 = 1$ perché, allo 0-esimo lancio, il segnaposto è in A, si trova che $A_{10} = \frac{4921}{3^9}$. La risposta è 4921.

La risposta è `4921`.