

Disfida Matematica 2006

Soluzione del problema 21

21 **Il baratto.** Bisogna cercare una combinazione del tipo $a \cdot 560 + b \cdot 390 = 20$ con a, b numeri interi, in modo che la somma dei valori assoluti di a e b sia la più piccola possibile. Notiamo che intanto si può dividere tutto per 10, e dunque cerchiamo a, b per cui $a \cdot 56 + b \cdot 39 = 2$. Un modo brutale ma comunque piuttosto veloce è quello di procedere per tentativi: scriviamo alcuni multipli di 56 e alcuni multipli di 39 e cerchiamo i primi la cui differenza fa 2 o -2 :

n	$n \cdot 56$	$n \cdot 39$
1	56	39
2	112	78
3	168	117
4	224	156
5	280	195
6	336	234
7	392	273
8	448	312
9	504	351
10	560	390

Abbiamo evidenziato i numeri $392 = 7 \cdot 56$ e $390 = 10 \cdot 39$ la cui differenza è 2, quindi

$$2 = 7 \cdot 56 - 10 \cdot 39.$$

Quindi il minimo numero di animali da scampiare è $7 + 10$, da cui la risposta 0017.

Un modo un po' più rigoroso di procedere è quello di utilizzare una procedura simile al cosiddetto *algoritmo di Euclide*: se faccio le divisioni successive

$$\begin{aligned} 56 : 39 &= 1 \quad \text{col resto di } 17 \\ 39 : 17 &= 2 \quad \text{col resto di } 5 \\ 17 : 5 &= 3 \quad \text{col resto di } 2 \end{aligned}$$

mi accorgo che arrivo ad avere un resto 2, quindi posso ricavare

$$17 = 56 - 39$$

$$5 = 39 - 2 \cdot 17 = 39 - 2 \cdot (56 - 39) = -2 \cdot 56 + 3 \cdot 39$$

$$2 = 17 - 3 \cdot 5 = 56 - 39 - 3 \cdot (-2 \cdot 56 + 3 \cdot 39) = 7 \cdot 56 - 10 \cdot 39$$

da cui la soluzione.